

## Exercice

Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  on considère les points :

$$A(1; 1; -4), \quad B(2; -1; -3), \quad C(0; -1; -1) \quad \text{et} \quad \Omega(1; 1; 2).$$

1. Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
2.
  - a. Démontrer que le vecteur  $\vec{n}$  de coordonnées  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  est normal au plan (ABC).
  - b. Justifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est  $x + y + z + 2 = 0$ .
3.
  - a. Justifier que le point  $\Omega$  n'appartient pas au plan (ABC).
  - b. Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point  $\Omega$  sur le plan (ABC).

On admet que  $\Omega H = 2\sqrt{3}$ .

On définit la sphère  $S$  de centre  $\Omega$  et de rayon  $2\sqrt{3}$  comme l'ensemble de tous les points  $M$  de l'espace tels que  $\Omega M = 2\sqrt{3}$ .

4. Justifier, sans calcul, que tout point  $N$  du plan (ABC), distinct de H, n'appartient pas à la sphère  $S$ .

On dit qu'un plan  $\mathcal{P}$  est tangent à la sphère  $S$  en un point  $K$  lorsque les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- $K \in \mathcal{P} \cap S$
- $(\Omega K) \perp \mathcal{P}$

5. Soit le plan  $\mathcal{P}$  d'équation cartésienne  $x + y - z - 6 = 0$  et le point  $K$  de coordonnées  $K(3; 3; 0)$ .

Démontrer que le plan  $\mathcal{P}$  est tangent à la sphère  $S$  au point  $K$ .

6. On admet que les plans (ABC) et  $\mathcal{P}$  sont sécants selon une droite  $(\Delta)$ .  
Déterminer une équation paramétrique de la droite  $(\Delta)$ .